

MELAVIO

PROJEKT:

WYRZUTNIA PNEUMATYCZNA

TEMAT:

ANALIZA WSTĘPNA

WERSJA:

2011/10/27-1

AUTOR:

MIKOŁAJ SOWIŃSKI

DATA:

2011-10-27

Oznaczenia:

V_c – objętość pojemnika ciśnieniowego

V_d – objętość systemu łączącego pojemnik i siłownik wraz z objętością siłownika przy zerowym wysunięciu

A – powierzchnia tłoka

F – siła działająca na układ wózek-samolot pochodząca od siłownika pneumatycznego

E – siła ciągu silników

L – siła nośna generowana przez skrzydła samolotu

D – siła oporu aerodynamicznego

R – siła reakcji

T – siła tarcia

G – siła grawitacji

e – kąt wzniosu wyrzutni

x – współrzędna określająca kierunek wzdłuż wyrzutni

y – współrzędna określająca kierunek prostopadły do wyrzutni

μ – współczynnik oporu

g – przyśpieszenie grawitacyjne

m – masa układu wózek-samolot

v_w – prędkość wiatru

d – gęstość powietrza na poziomie startu

$C_z(e)$ – współczynnik siły nośnej

$C_x(e)$ - współczynnik oporu aerodynamicznego

p_0 – nadciśnienie początkowe

p – nadciśnienie chwilowe

1. Wstęp

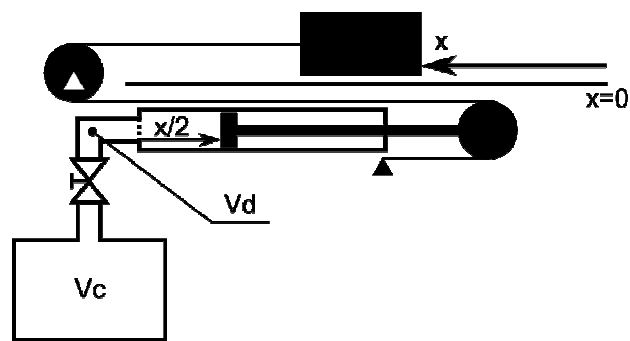
Celem przedstawionej analizy jest oszacowanie podstawowych parametrów konstrukcyjnych pneumatycznej katapulty służącej do startu bezałogowych statków powietrznych.

2. Założenia wstępne

- Masa startowa: do 30kg.
- Prędkość zejścia: min. 12 m/s.
- Maks. przeciążenie: +9g.
- Długość: maks. 2.5m.
- Napęd: pneumatyczny.

3. Schemat ideowy urządzenia oraz model matematyczny

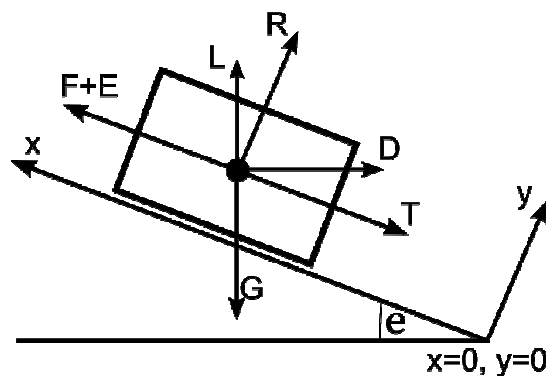
a. Schemat działania



Rys.1

Siłownik pneumatyczny o powierzchni tłoka **A** zasilany jest ze zbiornika o objętości **Vc**. Objętość przewodu łączącego zbiornik z siłownikiem dana jest przez **Vd**. Wpuszczenie sprężonego powietrza do siłownika powoduje jego przemieszczenie, które poprzez system bloczków powoduje przemieszczanie się wózka oraz samolotu na wyrzutni. Z powodu konfiguracji bloczków (bloczek ruchomy zamocowany na końcu tłoka) na każdy metr przemieszczenia się wózka na wyrzutni przypada pół metra ruchu tłoka.

b. Rozkład sił działających na wózek



Rys. 2

Przyjmijmy układ współrzędnych związany z początkiem ścieżki rozpędowej wózka ($x=0$).

Niechaj oś x będzie skierowana wzdłuż tej ścieżki jak przedstawiono na rys. 2. Kierunek prostopadły do osi x oznaczmy jako y .

- c. Wyprowadzenie głównego równania różniczkowego opisującego ruch układu wózek-samolot na wyrzutni

Równania ruchu dla układu przedstawiają się następująco:

$$\sum_y : R + L \cos(e) + D \sin(e) - G \cos(e) = 0$$

$$\sum_x : F + E + L \sin(e) - D \cos(e) - T - G \sin(e) = m\ddot{x}$$

Wyprowadzając z pierwszego równania wartość siły reakcji otrzymujemy:

$$R = G \cos(e) - L \cos(e) - D \sin(e)$$

Definicje funkcji występujących w powyższych równaniach wyglądają następująco:

$$L = \frac{1}{2} dS C_z(e) [\dot{x} \cos(e) - vw]^2$$

$$D = \frac{1}{2} dS C_x(e) [\dot{x} \cos(e) - vw]^2$$

$$G = mg$$

$$T = \mu R = \mu [G \cos(e) - L \cos(e) - D \sin(e)]$$

Jeżeli założyć, że rozprężanie powietrza jest procesem adiabatycznym, spełniona jest poniższa zależność:

$$pV^{1.4} = \text{const.}$$

Prowadzi to do następującego wyrażenia opisującego ciśnienie panujące w układzie po otwarciu zaworu:

$$p_0 V_c^{1.4} = p \left(V_c + V_d + A \frac{x}{2} \right)^{1.4}$$

$$p = p_0 \left(\frac{V_c}{V_c + V_d + A \frac{x}{2}} \right)^{1.4}$$

Ponieważ powierzchnia tłoka równa jest A , a siła z jaką tłok działa na bloczek ruchomy jest dwukrotnie większa niż siła działająca na układ wózek-samolot, wyrażenie na siłę F dane jest wzorem:

$$F = \frac{1}{2} A p(x) = \frac{A p_0}{2} \left(\frac{V_c}{V_c + V_d + A \frac{x}{2}} \right)^{1.4}$$

Wartości upraszczające równanie:

$$B = \frac{A p_0}{2m}$$

$$F = \frac{\rho S}{2m} [C_z(e) \sin(e) + \mu C_z(e) \cos(e) - C_x(e) \cos(e) + \mu C_x(e) \sin(e)]$$

$$G = -g [\mu \cos(e) + \sin(e)]$$

Po podstawieniu do równania ruchu w kierunku osi x powyższych wyrażeń otrzymujemy końcowe równanie różniczkowe:

$$B \left(\frac{V_c}{V_c + V_d + A \frac{\dot{x}}{2}} \right)^{1.4} + \frac{E}{m} + F[\dot{x} \cos(e) - vw]^2 + G = \ddot{x}$$

4. Implementacja numeryczna

a. Redukcja stopnia równania różniczkowego

Pierwszym etapem implementacji jest redukcja stopnia równania różniczkowego poprzez poniższe podstawienie:

$$u_1 = x$$

$$u_2 = \dot{x}$$

Daje to następujące wyrażenie:

$$B \left(\frac{V_c}{V_c + V_d + A \frac{u_1}{2}} \right)^{1.4} + \frac{E}{m} + F[u_2 \cos(e) - vw]^2 + G = \dot{u}_2$$

b. Do rozwiązania powyższego problemu zastosowano pakiet GNU Octave. Listing programu w załączniku 1.

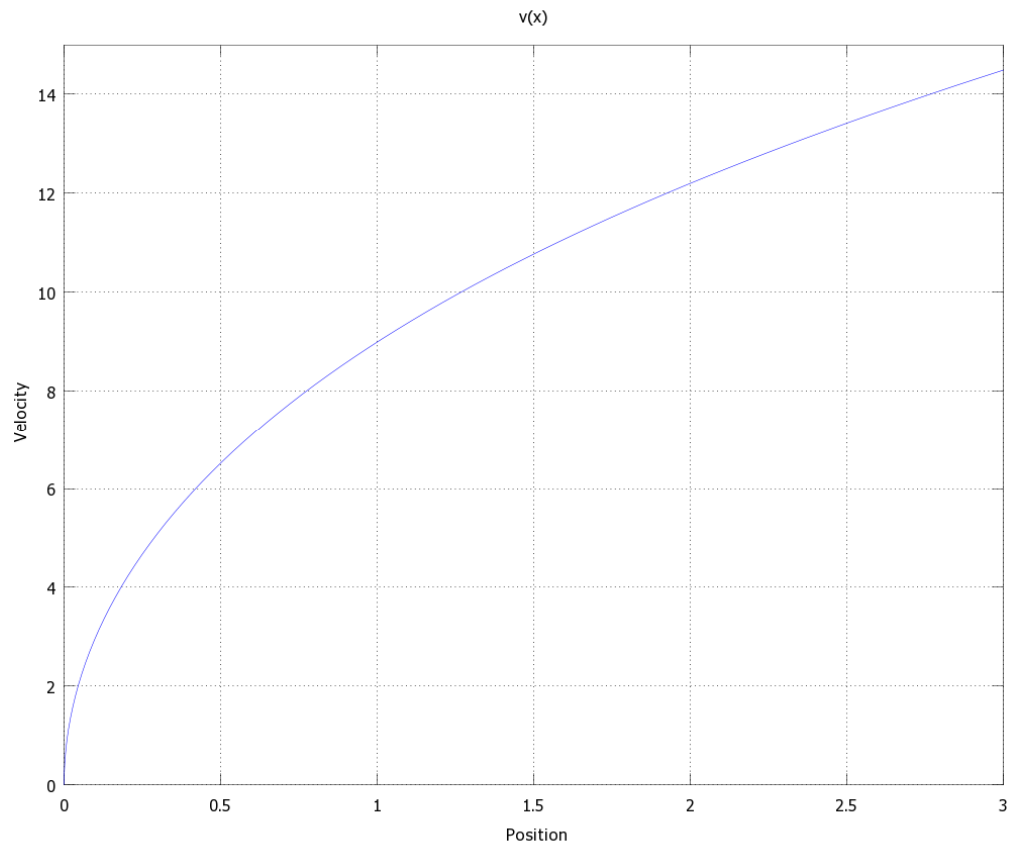
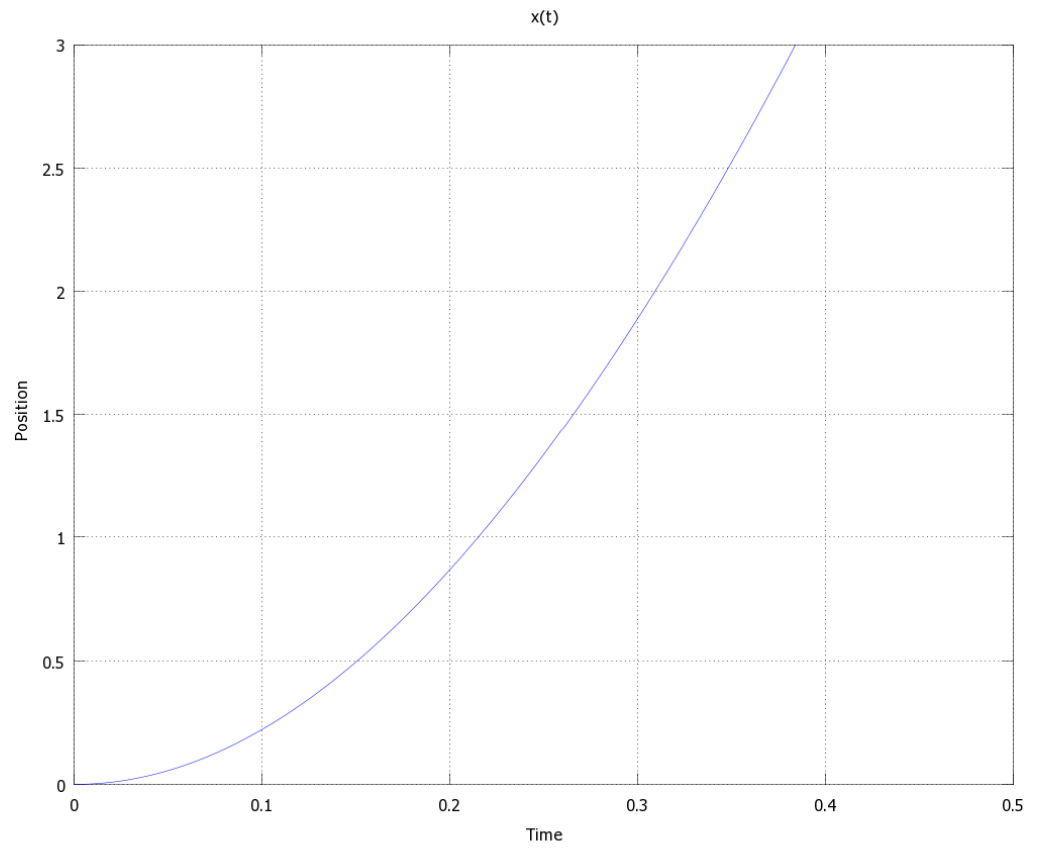
5. Wyniki obliczeń

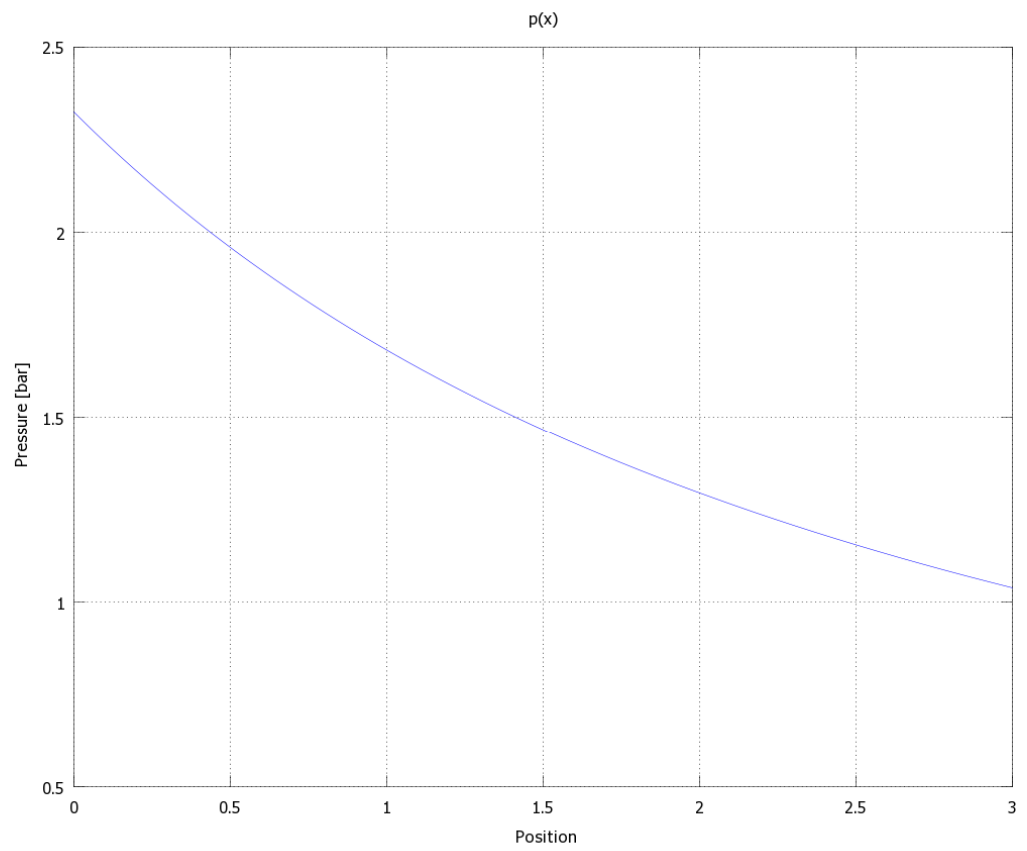
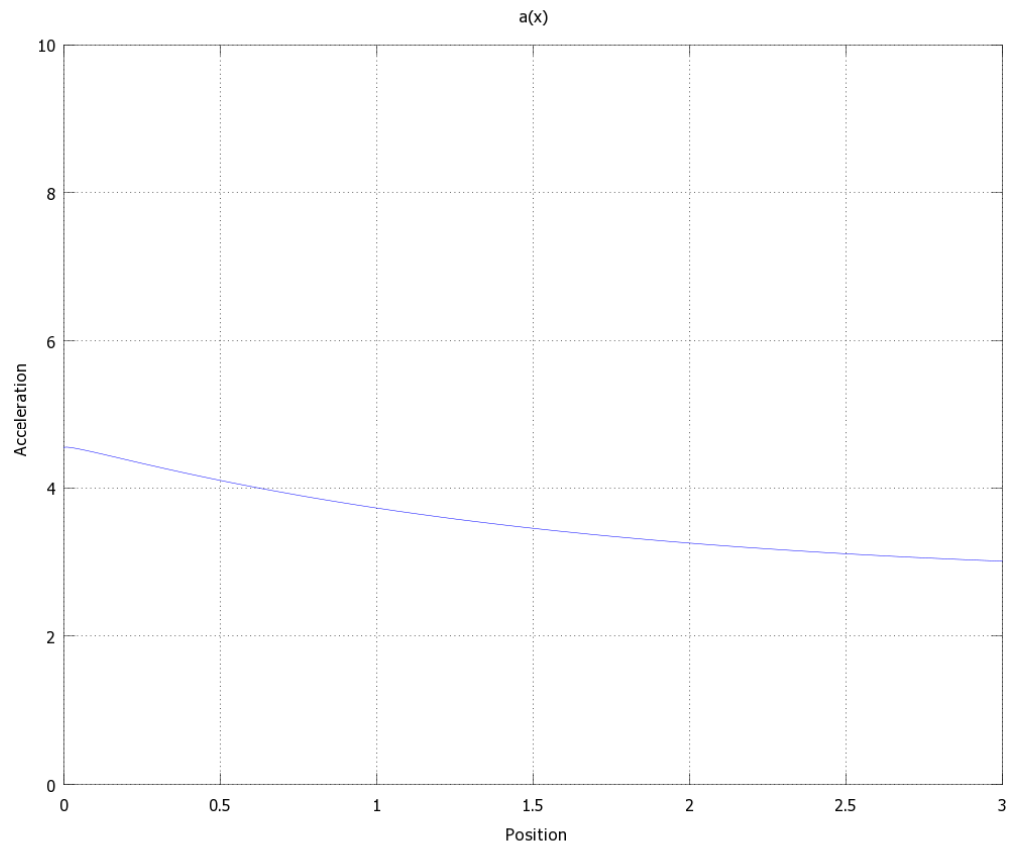
a. Samolot o masie 5kg (masa układu wózek-samolot 7.5kg)

```

m  7.500000
S  1.000000
Cz 1.500000
Cx 0.050000
S  1.000000
E  0.000000
Vc 0.005000
Vd 0.001000
p0 300000.000000
A  0.003117
vw -3.000000
ideg 13.000000
g  9.810000
d  1.170000

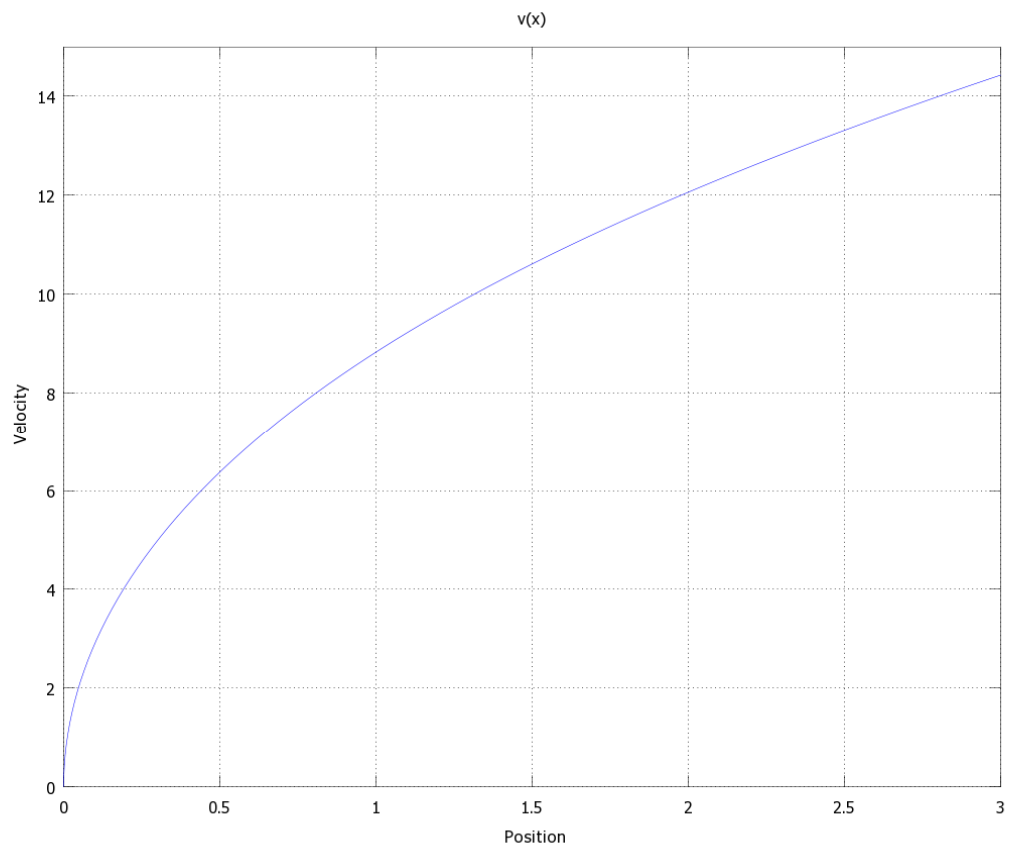
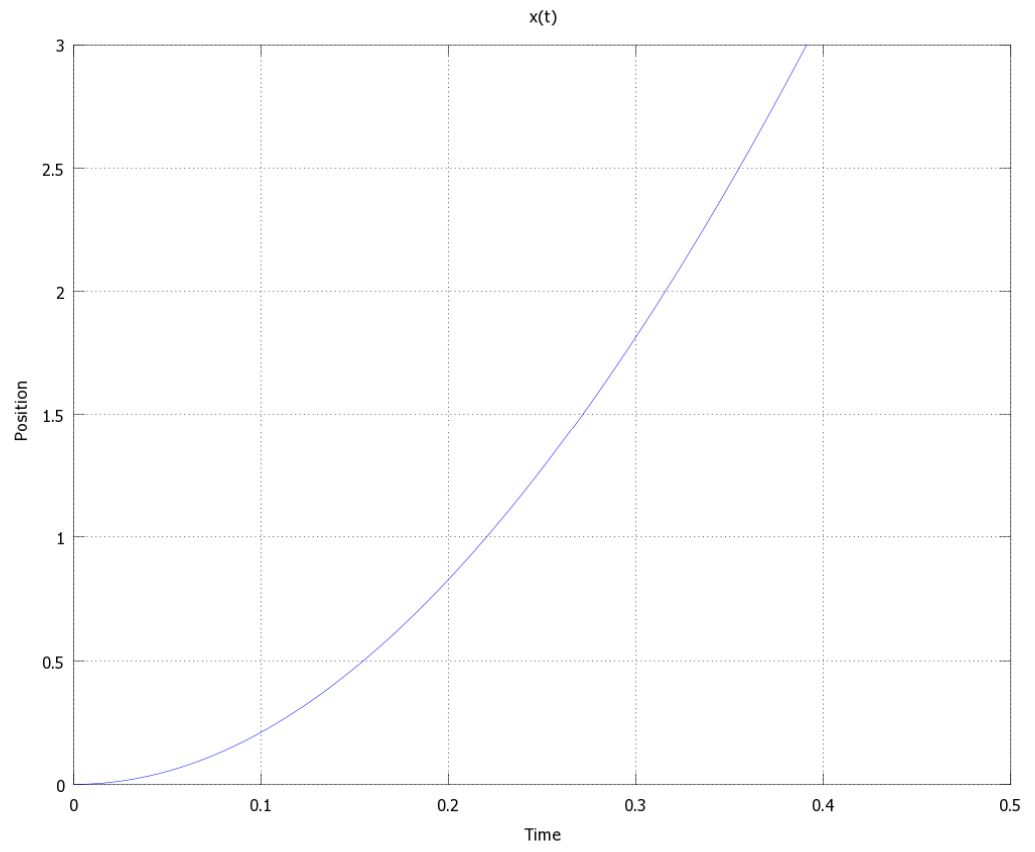
```

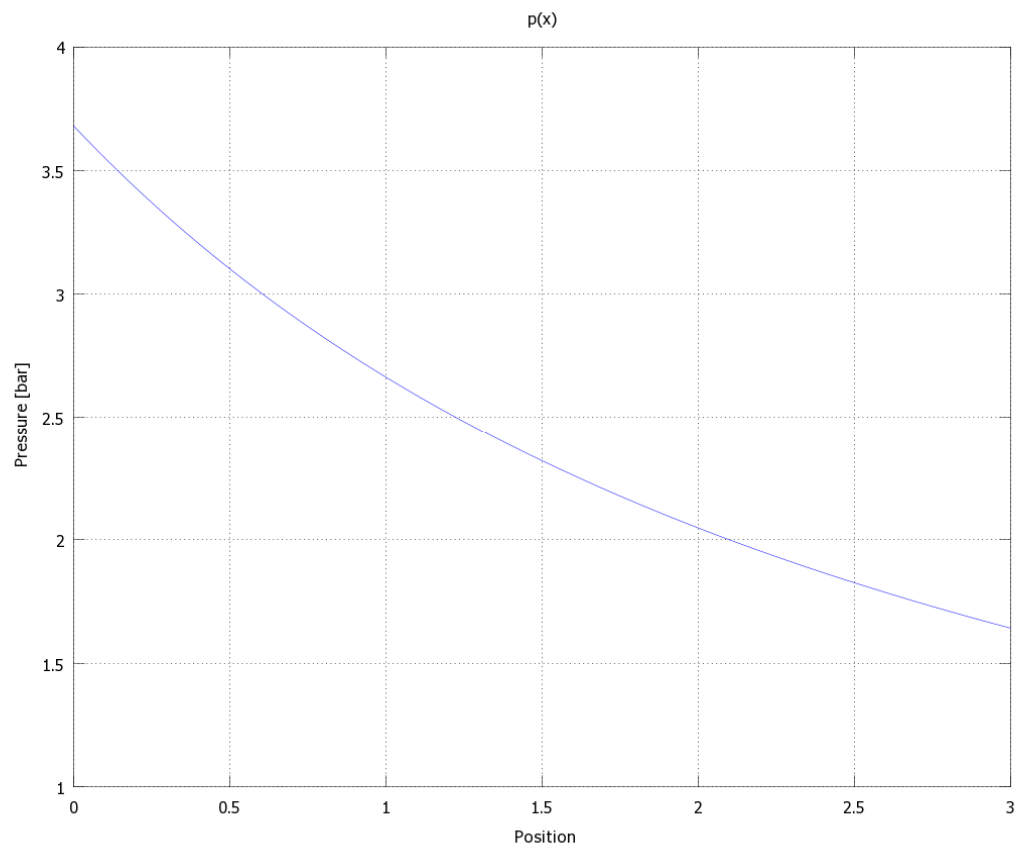
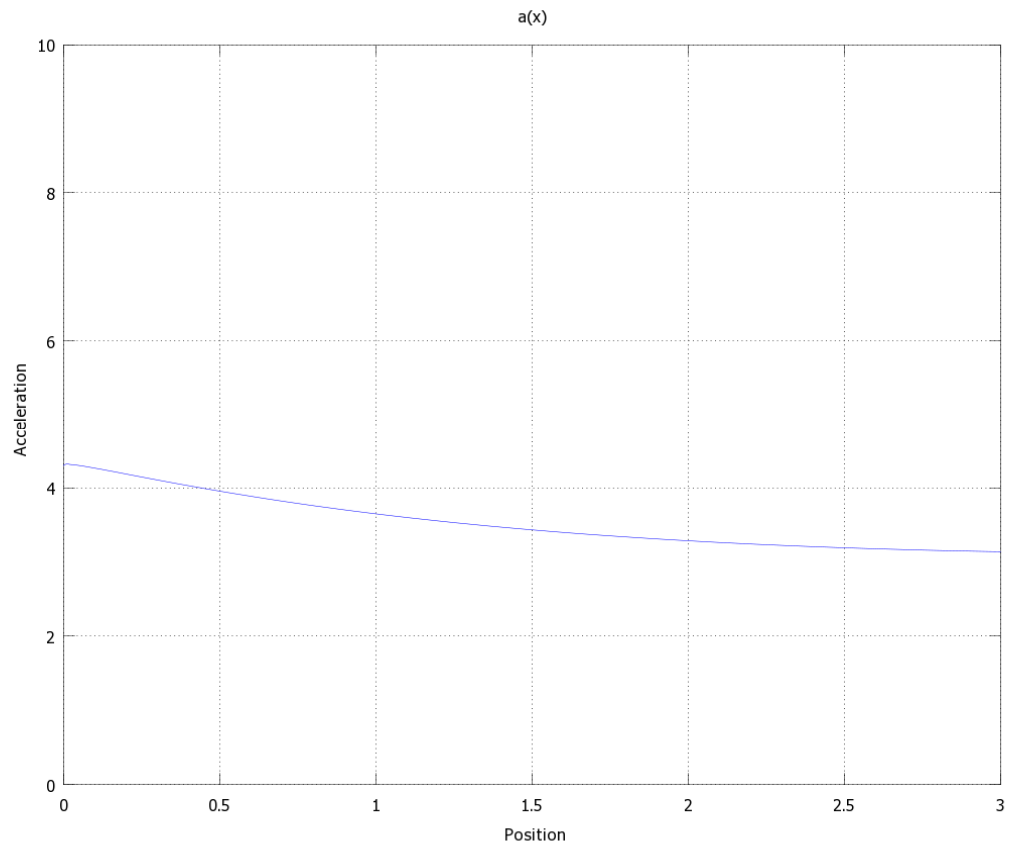




b. Samolot o masie 10kg (masa układu wózek-samolot 12.5kg)

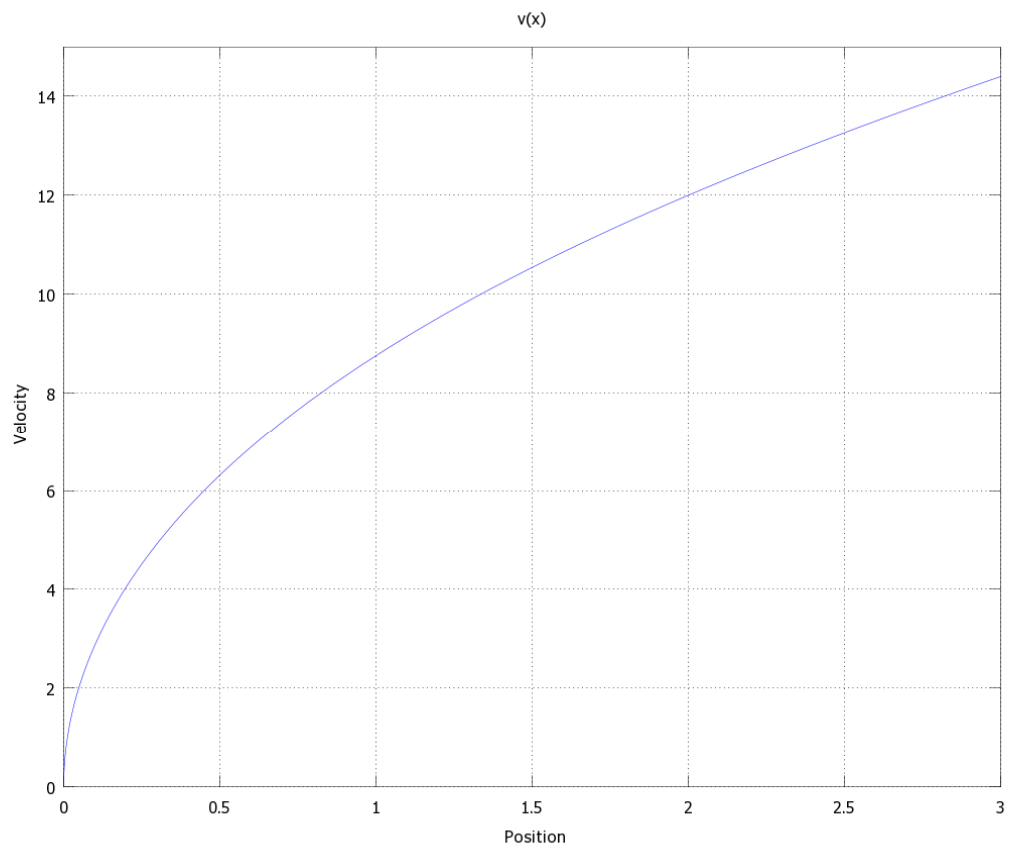
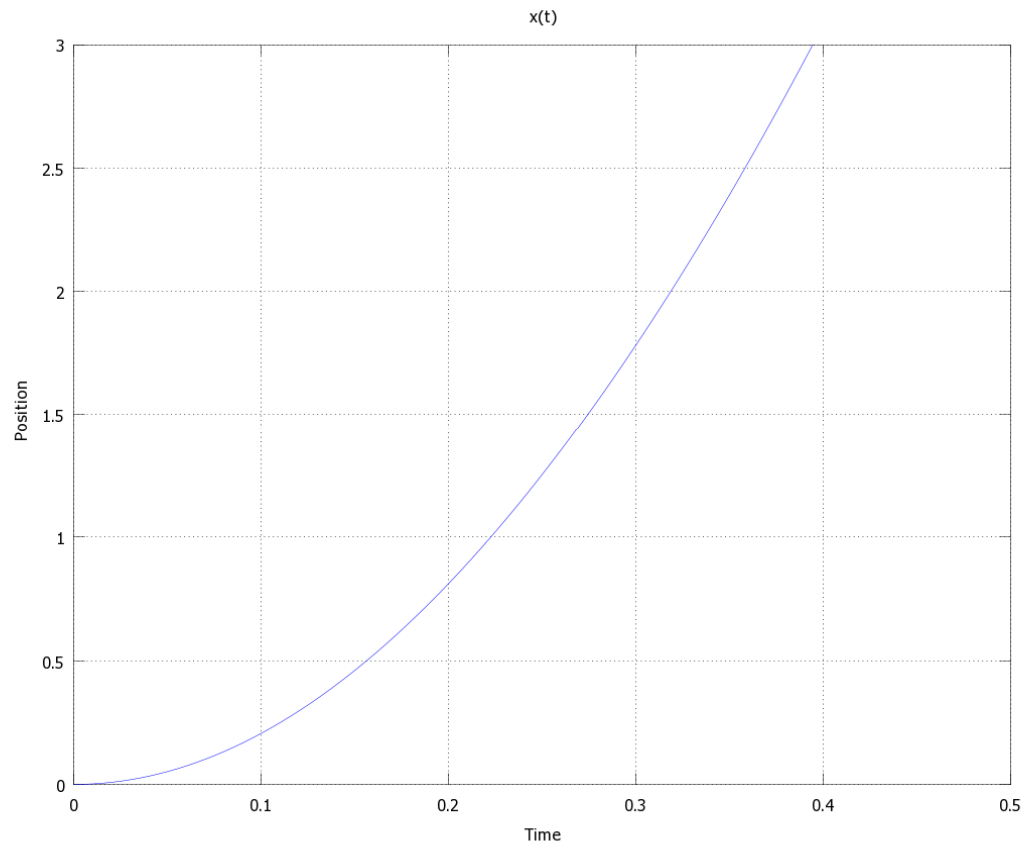
```
m 12.500000
S 2.000000
Cz 1.500000
Cx 0.050000
S 2.000000
E 0.000000
Vc 0.005000
Vd 0.001000
p0 475000.000000
A 0.003117
vw -3.000000
ideg 13.000000
g 9.810000
d 1.170000
```

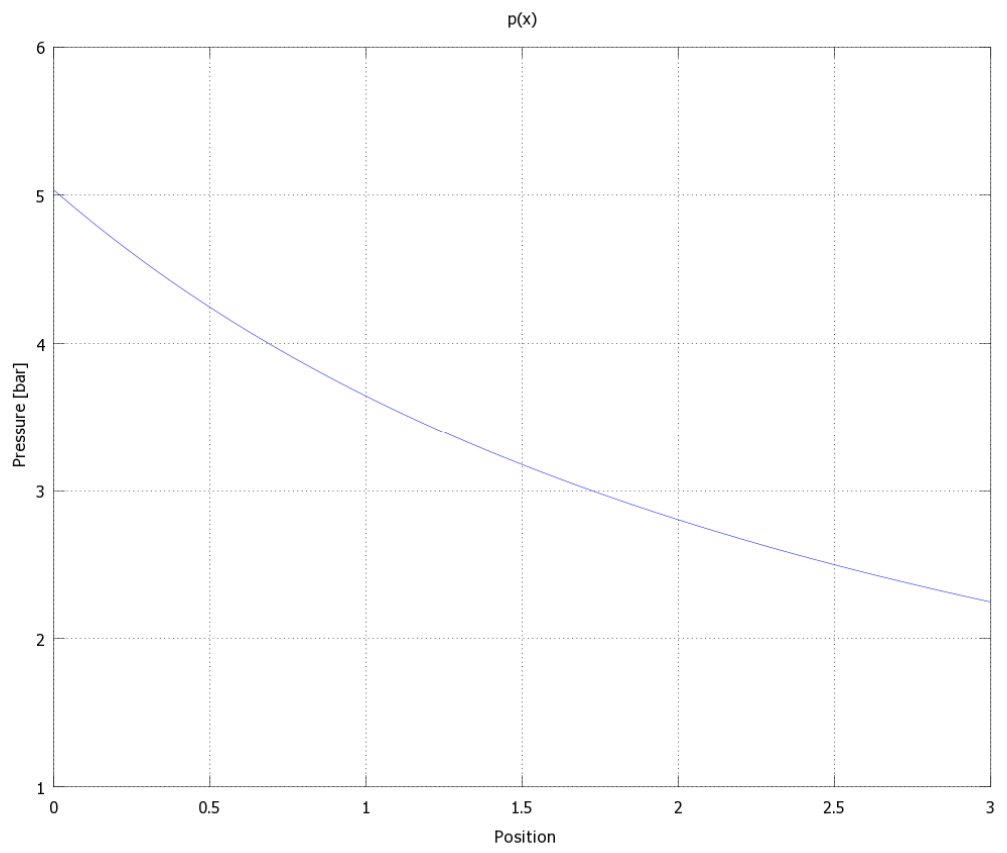
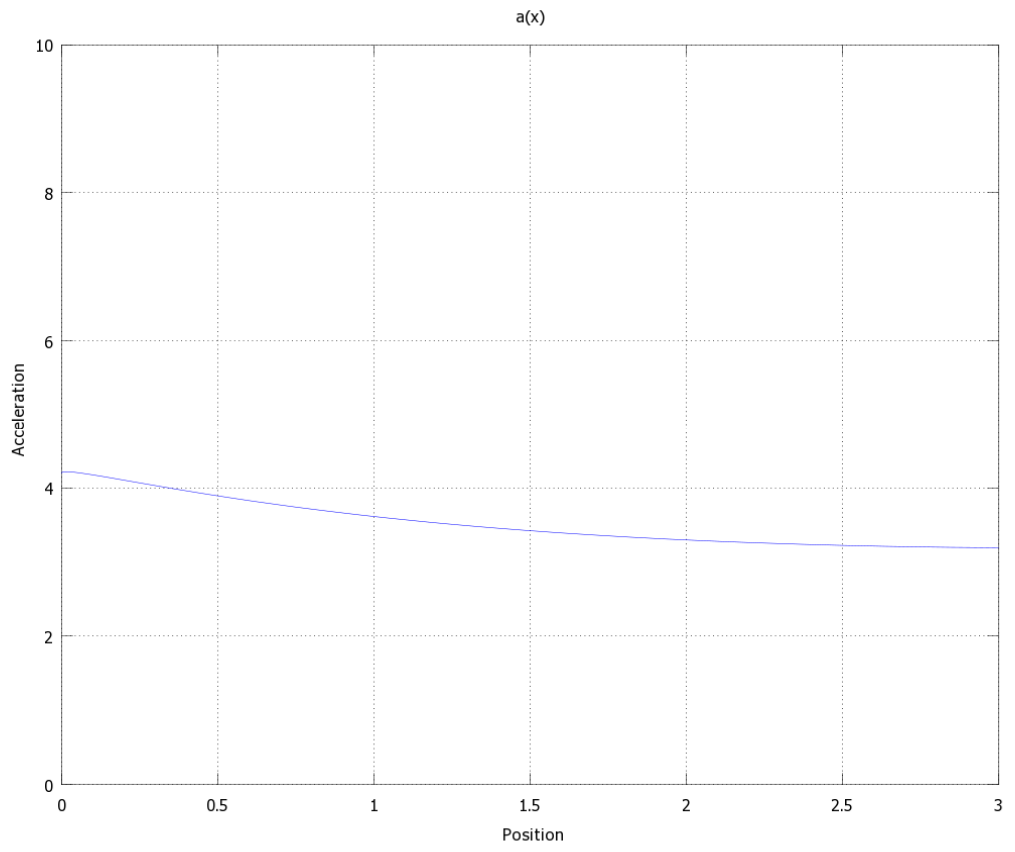





c. Samolot o masie 15kg (masa układu wózek-samolot 17.5kg)

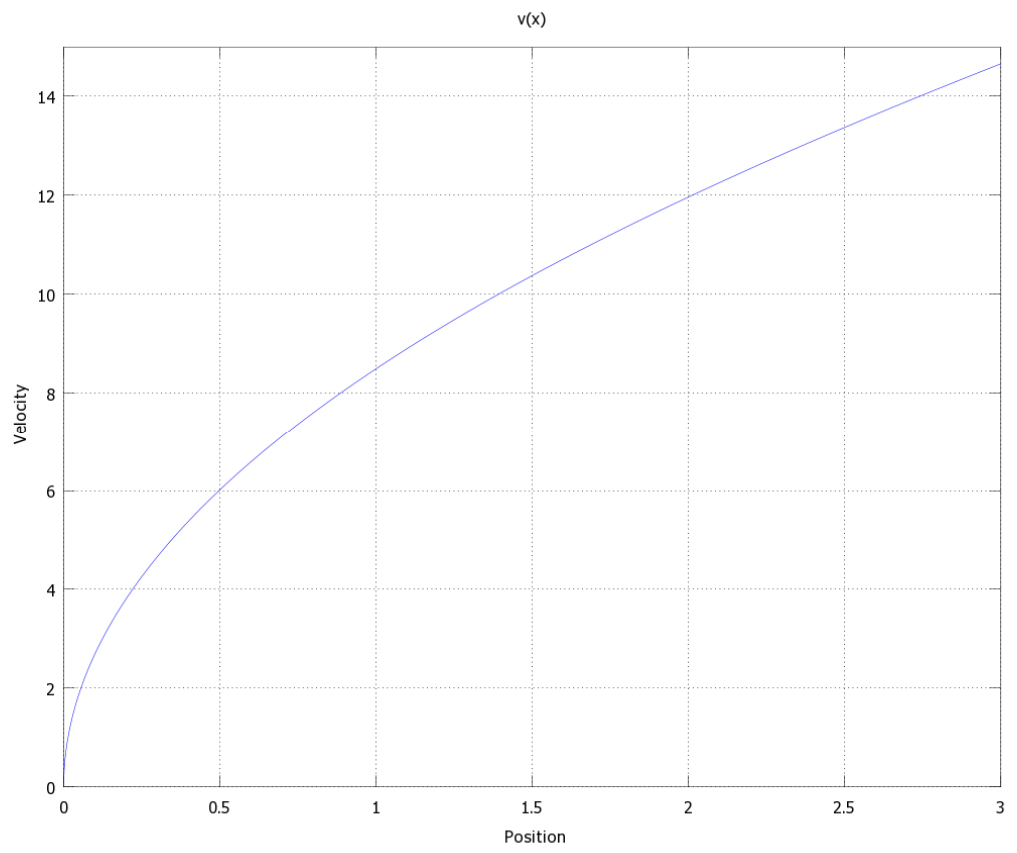
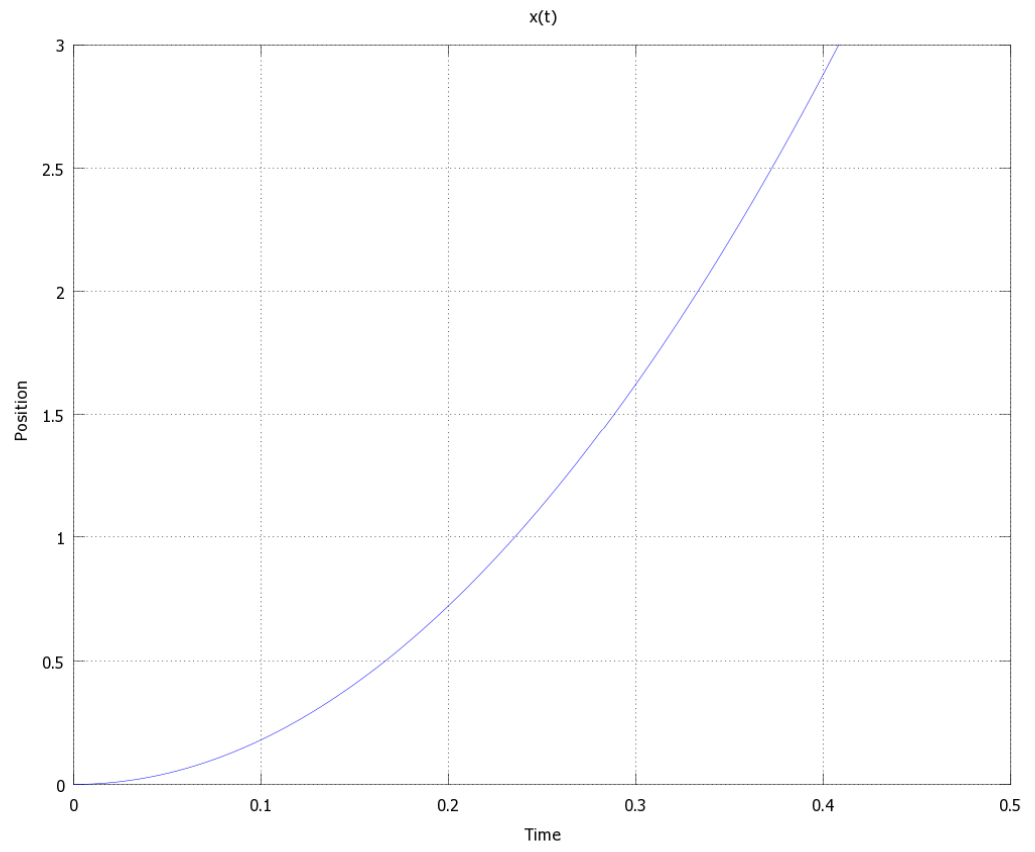
```
m 17.500000
S 3.000000
Cz 1.500000
Cx 0.050000
S 3.000000
E 0.000000
Vc 0.005000
Vd 0.001000
p0 650000.000000
A 0.003117
vw -3.000000
ideg 13.000000
g 9.810000
d 1.170000
```

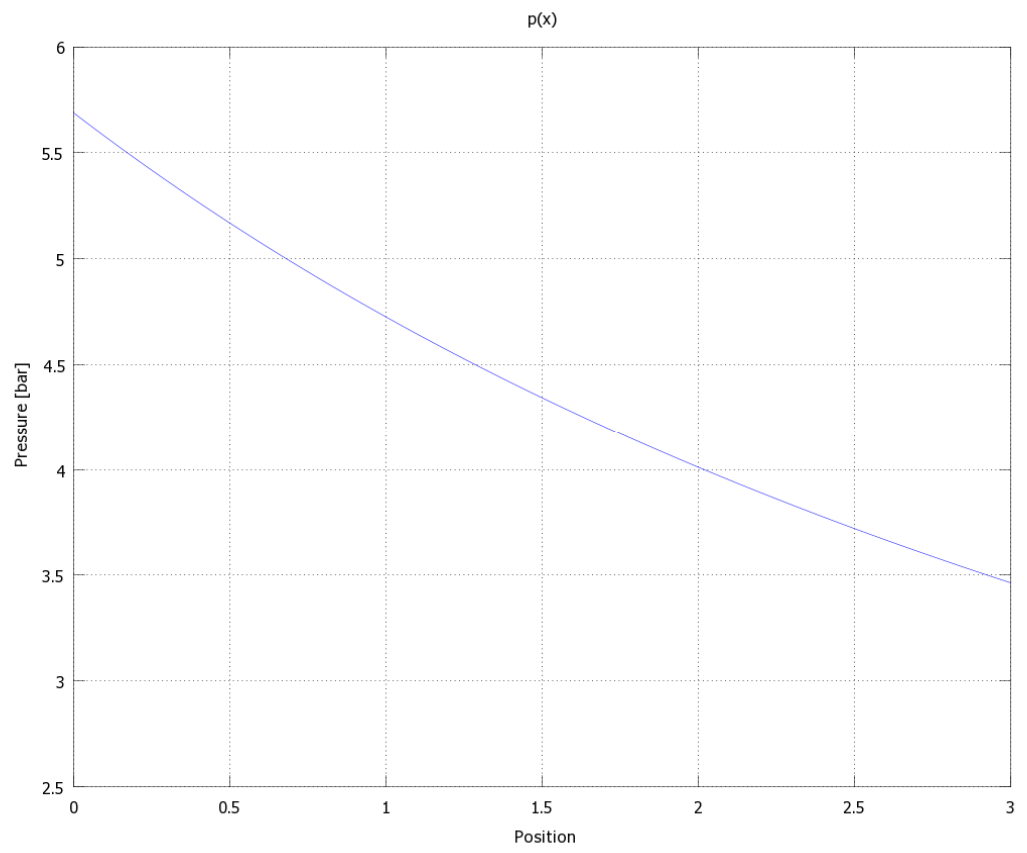
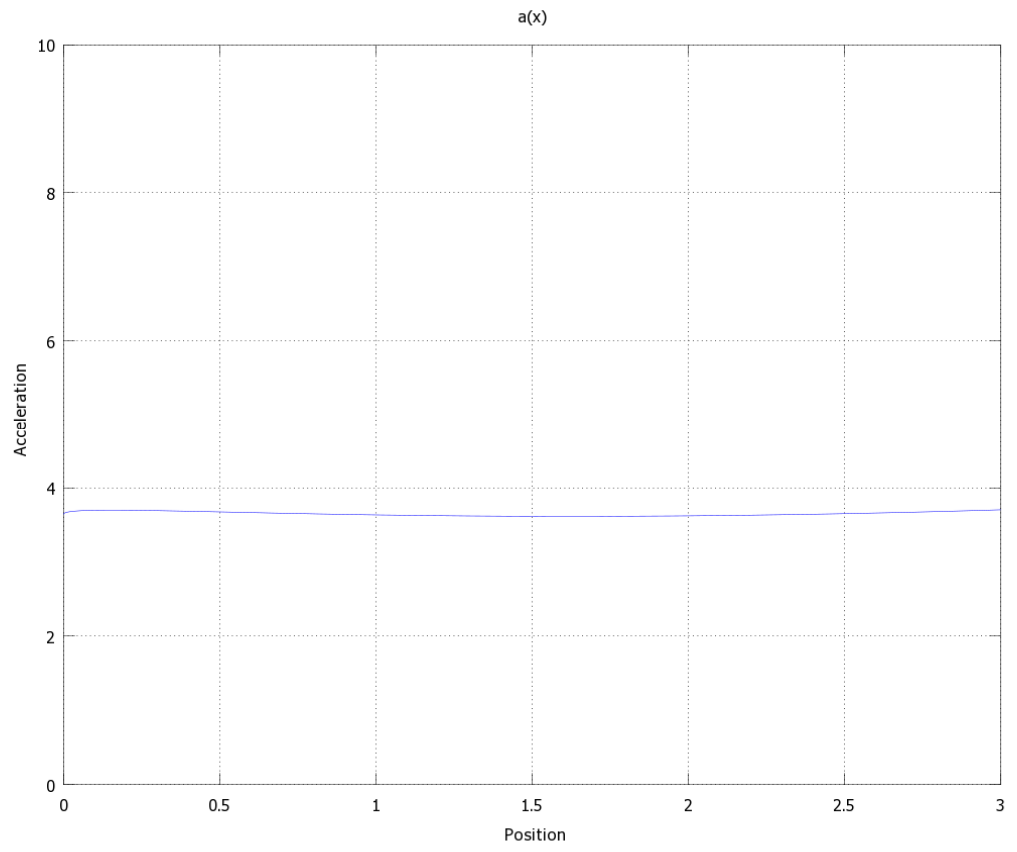




d. Samolot o masie 20kg (masa układu wózek-samolot 22.5kg)

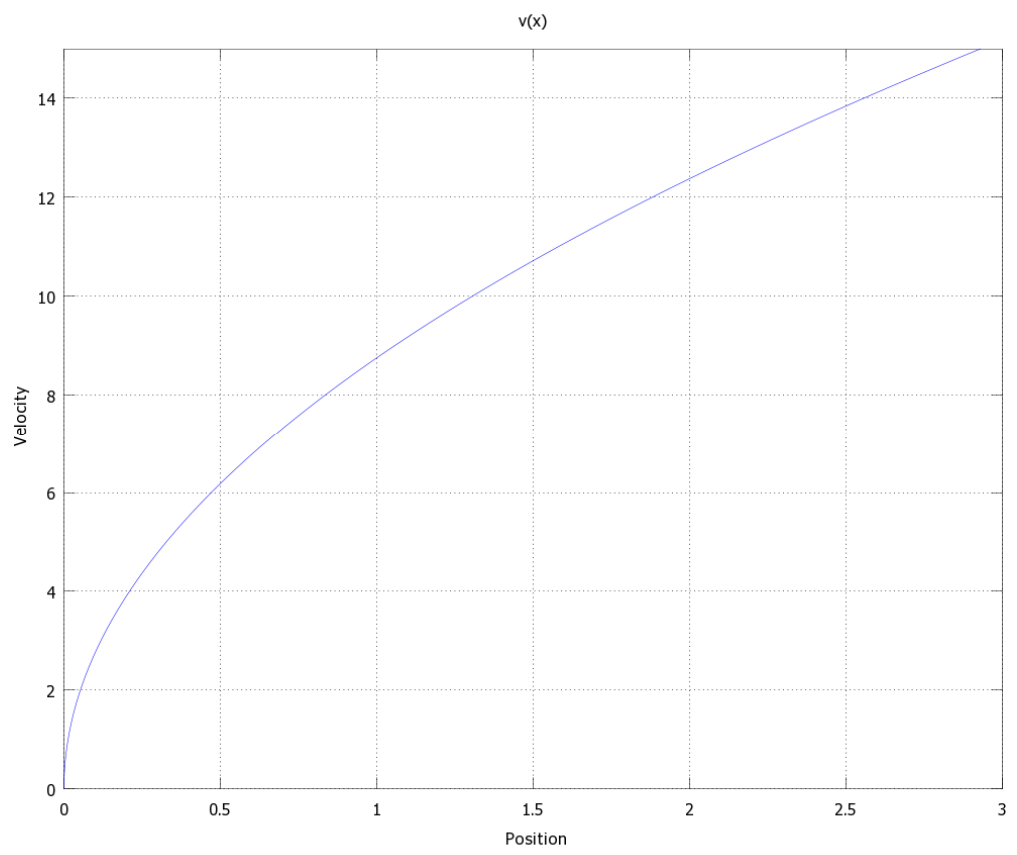
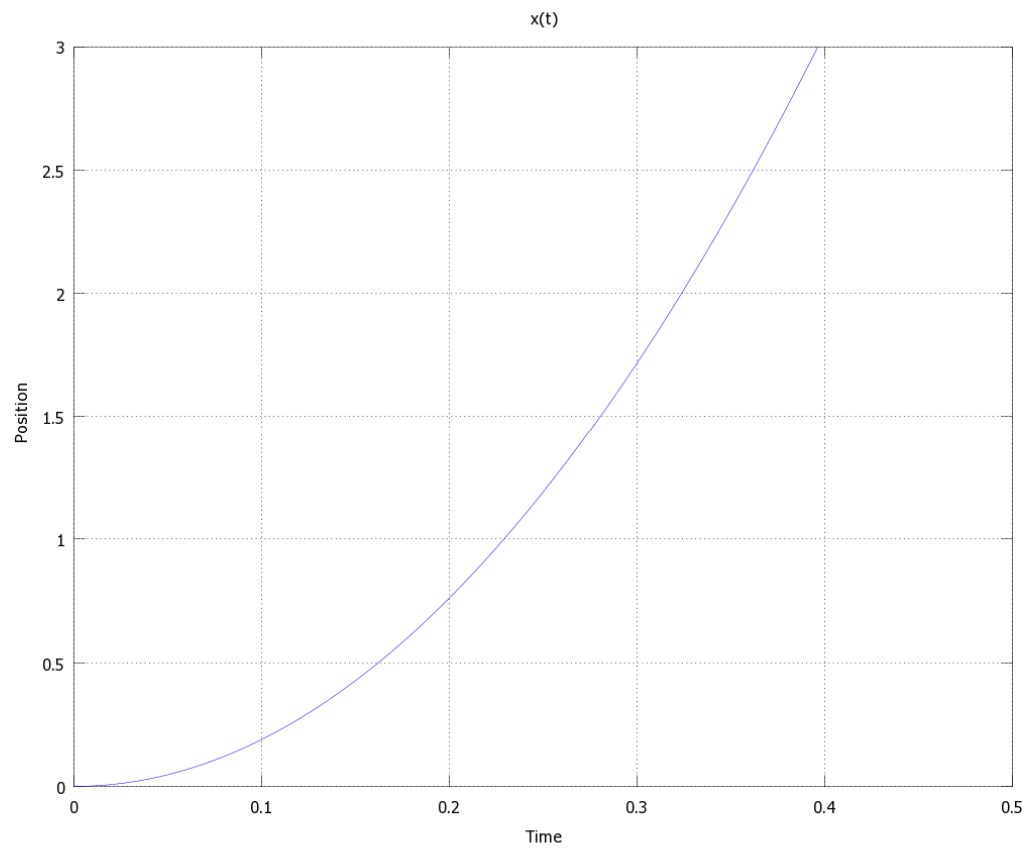
```
m 22.500000
S 4.000000
Cz 1.500000
Cx 0.050000
S 4.000000
E 0.000000
Vc 0.010000
Vd 0.001000
p0 650000.000000
A 0.003117
vw -3.000000
ideg 13.000000
g 9.810000
d 1.170000
```

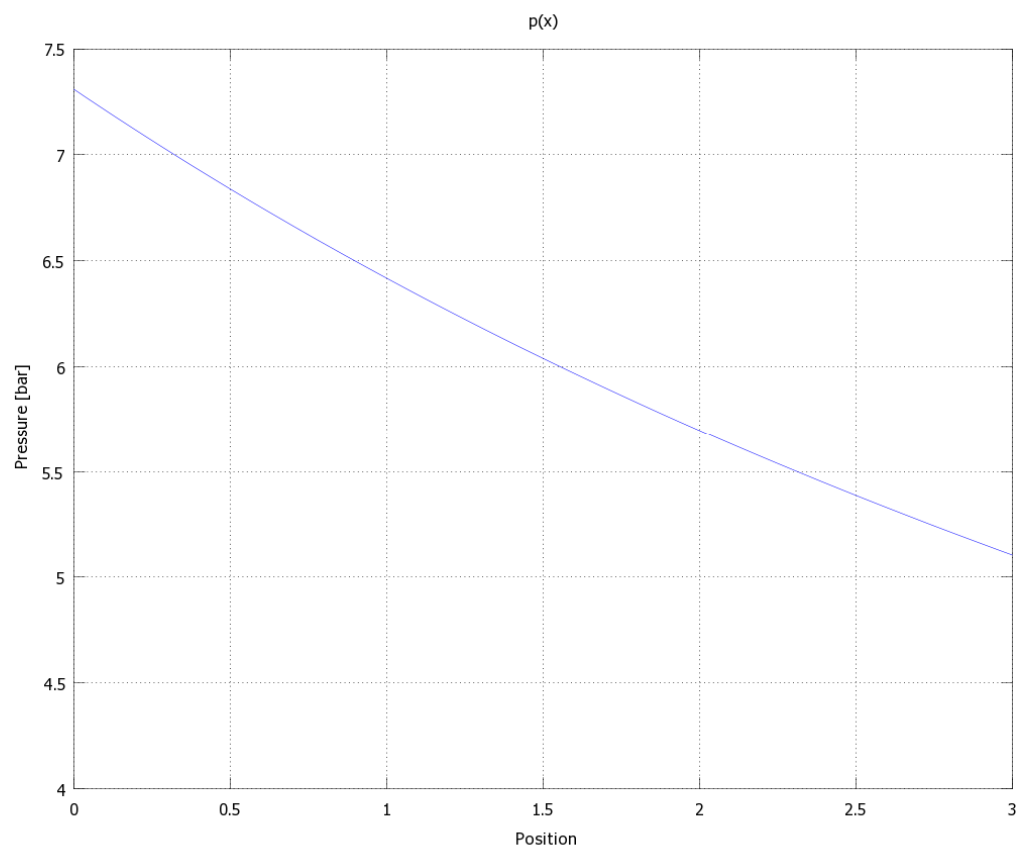
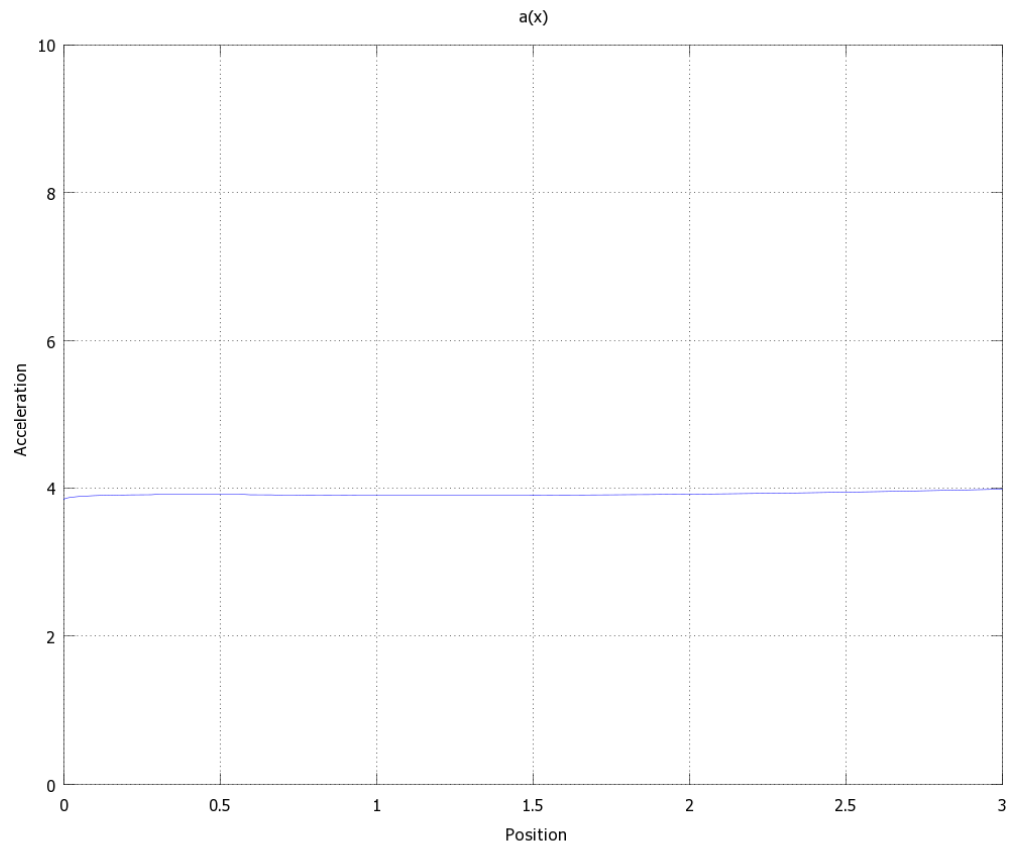




e. Samolot o masie 25kg (masa układu wózek-samolot 27.5kg)

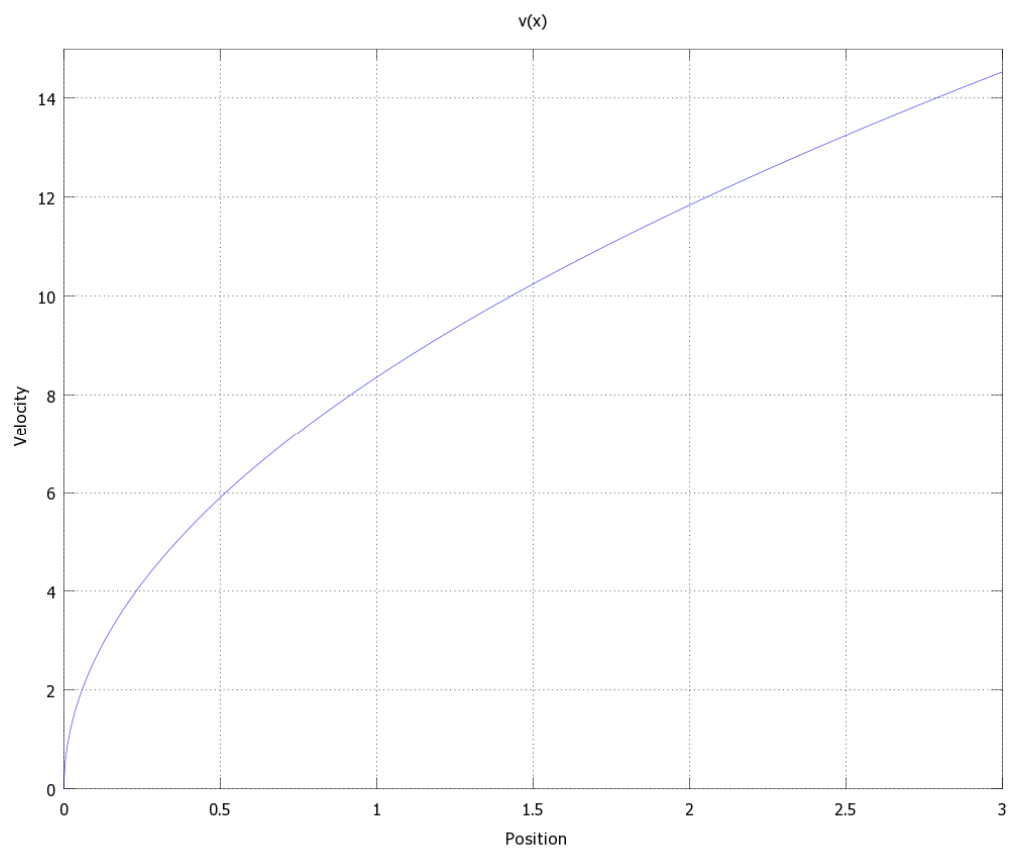
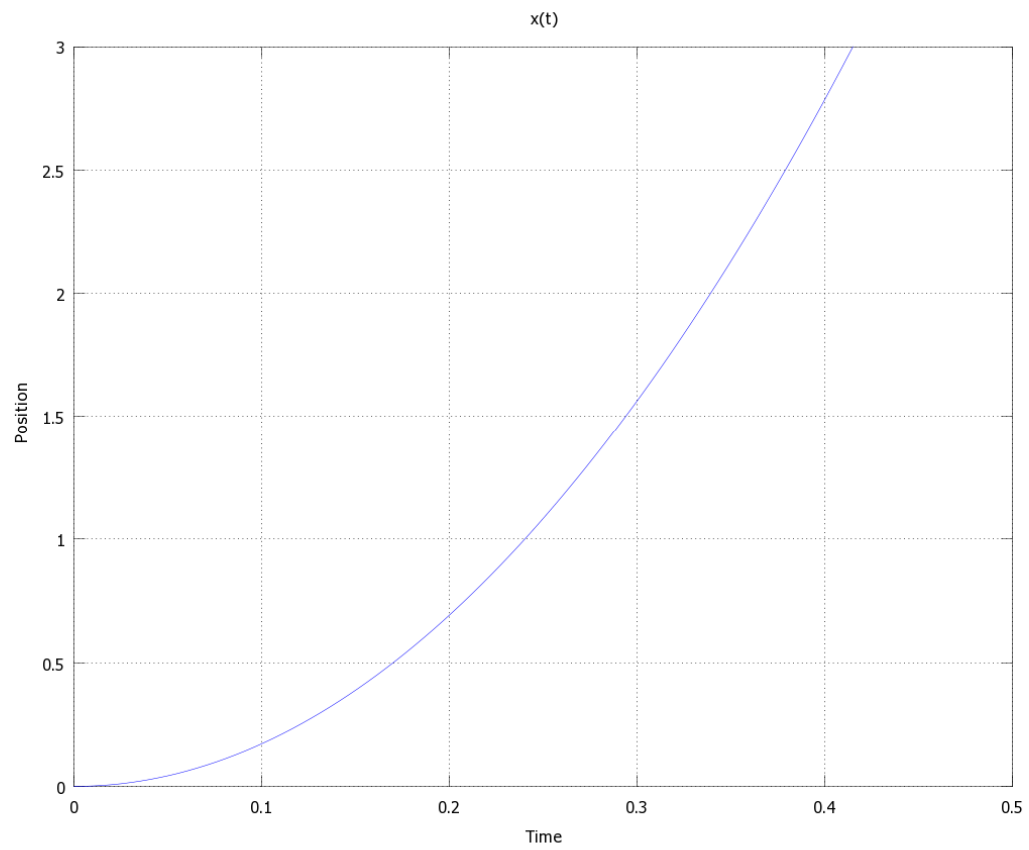
```
m 27.500000
S 4.000000
Cz 1.500000
Cx 0.050000
S 4.000000
E 0.000000
Vc 0.015000
Vd 0.001000
p0 800000.000000
A 0.003117
vw -3.000000
ideg 13.000000
g 9.810000
d 1.170000
```

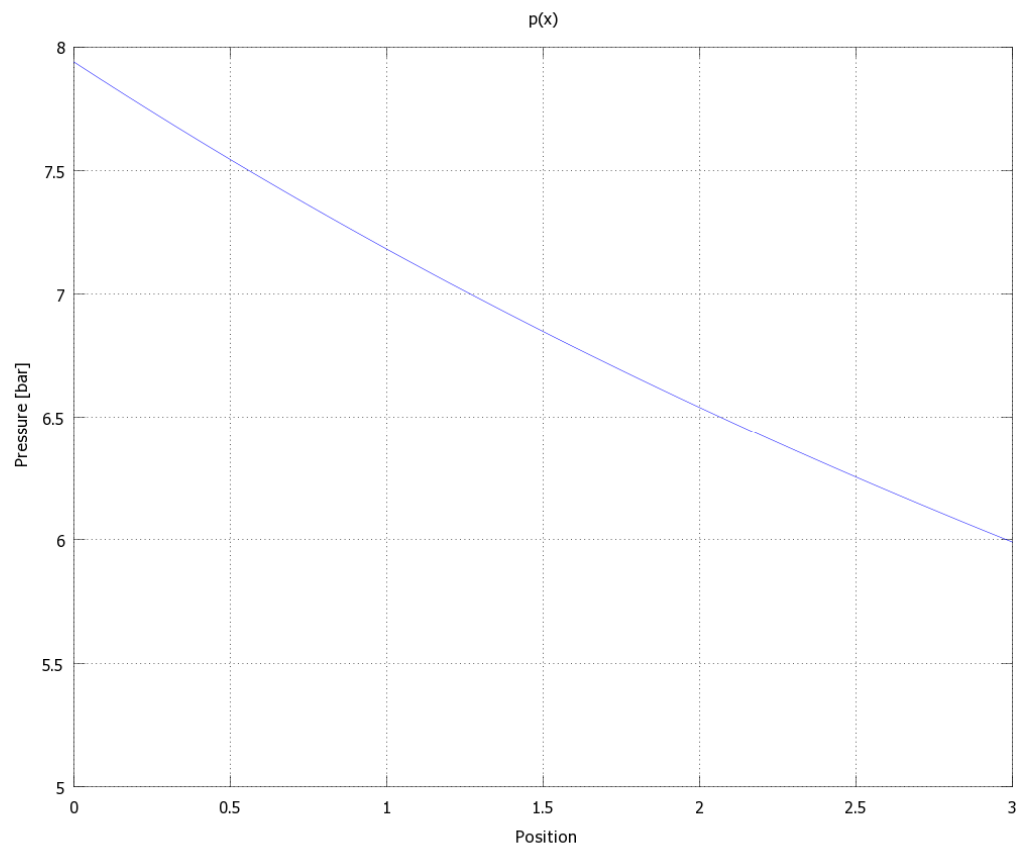
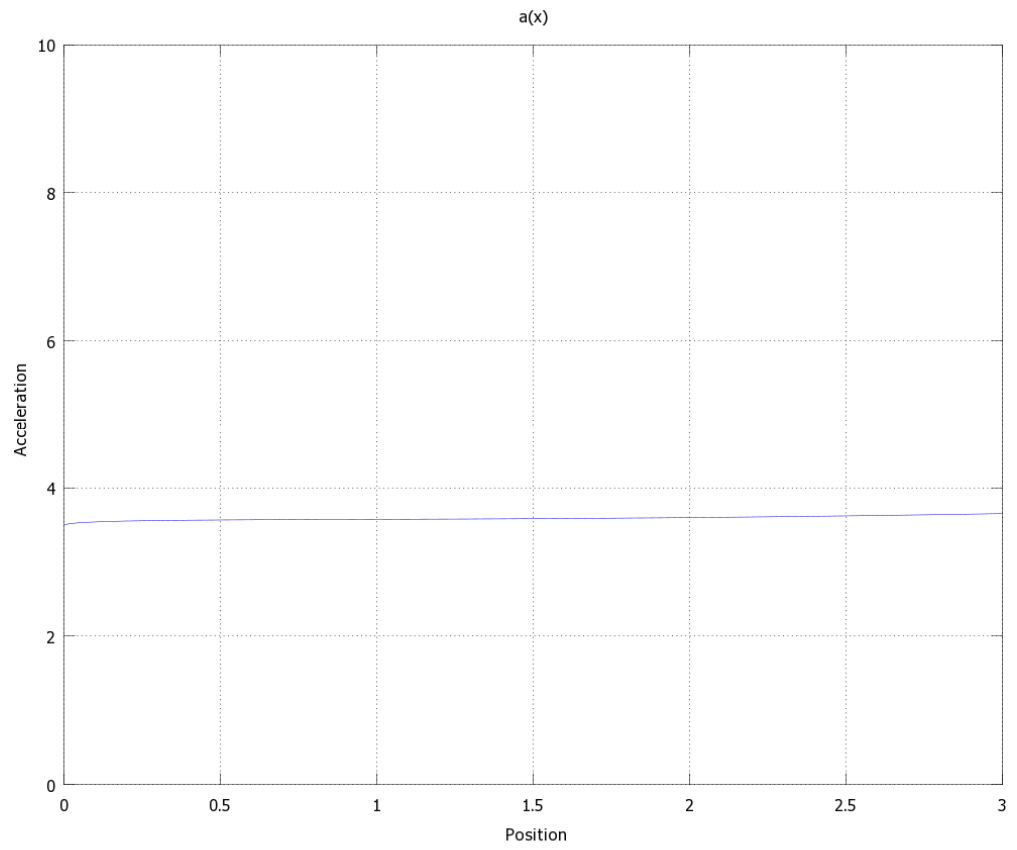




f. Samolot o masie 30kg (masa układu wózek-samolot 32.5kg)

```
m 32.500000
S 4.000000
Cz 1.500000
Cx 0.050000
S 4.000000
E 0.000000
Vc 0.020000
Vd 0.001000
p0 850000.000000
A 0.003117
vw -3.000000
ideg 13.000000
g 9.810000
d 1.170000
```





Załącznik 1. Listing implementacji w programie GNU Octave

```
### Parameters:

# How long time should be simulated?
global T = 0.5;

# How many steps?
global N = 100;

# Area of the actuators piston D=63mm given in meters
global A = 0.063^2*pi/4;

# Volume of the pressure container in m^3
global Vc = 0.0025;

# Volume of the connecting duct together with pistons zero shift volume in m^3
global Vd = 0.001;

# Initial pressure in Pa
global p0 = 2*10^5;

# Mass of the trolley together with a airplane in kgs
global m = 5;

# Air density in kg/m^3
global d = 1.25;

# Wing area
global S = 5;

# Friction coefficient
global u = 0.01;

# Angle of inclination in degrees
global ideg = 15;

# Cl corresponding to aoa of ideg
global Cl = 1.5;

# Cd corresponding to aoa of ideg
global Cd = 0.05;

# Wind speed
global vw = -3;

# Gravitational acceleration
global g = 9.81;

# Engine thrust
global E = 0;

### Auxiliary computations:

global ideg = ideg*pi/180

global B = A*p0/2/m

global F = d*S/2/m*(u*Cl*cos(ideg)+u*Cd*sin(ideg)+Cl*sin(ideg)-Cd*cos(ideg));

global G = -g*(u*cos(ideg)+sin(ideg));

### File data export:

file_id = fopen('data.txt', 'w');

fprintf(file_id,
        "m\t%f\n
        S\t%f\n
        Cz\t%f\n
        Cx\t%f\n
        S\t%f\n
        E\t%f\n
        Vc\t%f\n
```

```

Vd\t%f\n
p0\t%f\n
A\t%f\n
vw\t%f\n
g\t%f\n
d\t%f\n", m, S, Cl, Cd,S,E,Vc,Vd,p0,A,vw,g,d);

```

```

### Functions:

```

```

function xdot = rhs(x,t)
global Vc Vd F B A vw G ideg E m;
xdot(1) = x(2);
xdot(2) = B*(Vc/(Vc+Vd+A*x(1)/2))^1.4+E/m+F*(x(2)*cos(ideg)-vw)^2+G;
endfunction

```

```

### Solution:

```

```

x0 = [0,0];
t = linspace(0,T,N);
x = lsode("rhs", x0, t );

```

```

### Final data calculation:

```

```

# x of t
xt = [t',x(:,1)];

```

```

# v of x
vx = [x(:,1),x(:,2)];

```

```

# a of x
ax = zeros(rows(vx),2);
for i = 1:rows(vx),
    ax(i,:) = [ vx(i,1), 1/g*(B*(Vc/(Vc+Vd+A*vx(i,1)/2))^1.4+E/m+F*(vx(i,2)*cos(ideg)-
vw)^2+G) ];
endfor

```

```

# Pressure in the system of x
px = zeros(rows(vx),2);
for i = 1:rows(vx),
    px(i,:) = [ vx(i,1), p0/10^5*(Vc/(Vc+Vd+A*vx(i,1)/2))^1.4];
endfor

```

```

### Plotting:

```

```

# x of t
figure(1, "visible", "off");
plot (xt(:,1),xt(:,2));
axis([0,T,0,3]);
title('x(t)');
xlabel('Time');
ylabel('Position');
grid;
print("xt.png", "-dpng");

```

```

# v of x
figure(1, "visible", "off");
plot (vx(:,1),vx(:,2));
axis([0,3,0,15]);
title('v(x)');
xlabel('Position');
ylabel('Velocity');
grid;
print("vx.png", "-dpng");

```

```

# a of x
figure(1, "visible", "off");
plot (ax(:,1),ax(:,2));
axis([0,3,0,10]);
title('a(x)');
xlabel('Position');
ylabel('Acceleration');

```



```
grid;
print("ax.png", "-dpng");

# p of x
figure(1, "visible", "off");
plot (px(:,1),px(:,2));
axis([0,3]);
title('p(x)');
xlabel('Position');
ylabel('Pressure [bar]');
grid;
print("px.png", "-dpng");
```